

## Aufgabe 4 10 Punkte

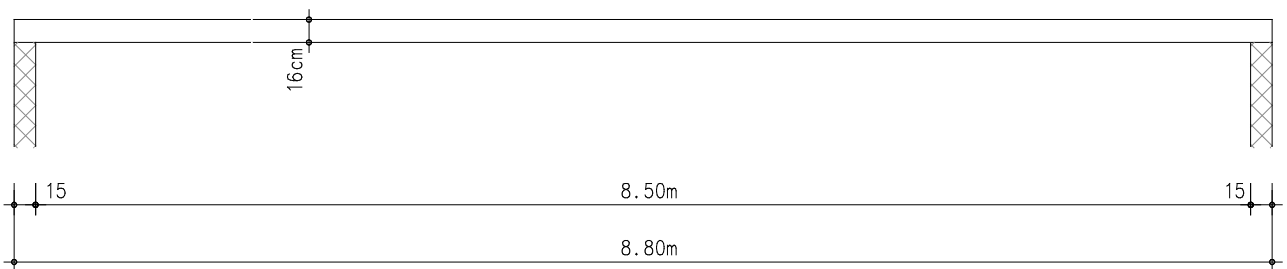
Betondecke

Gegeben: Skizze, Beton C25/30, Bewehrung B500B, Betondeckung  $c_{nom} = 20$  mm

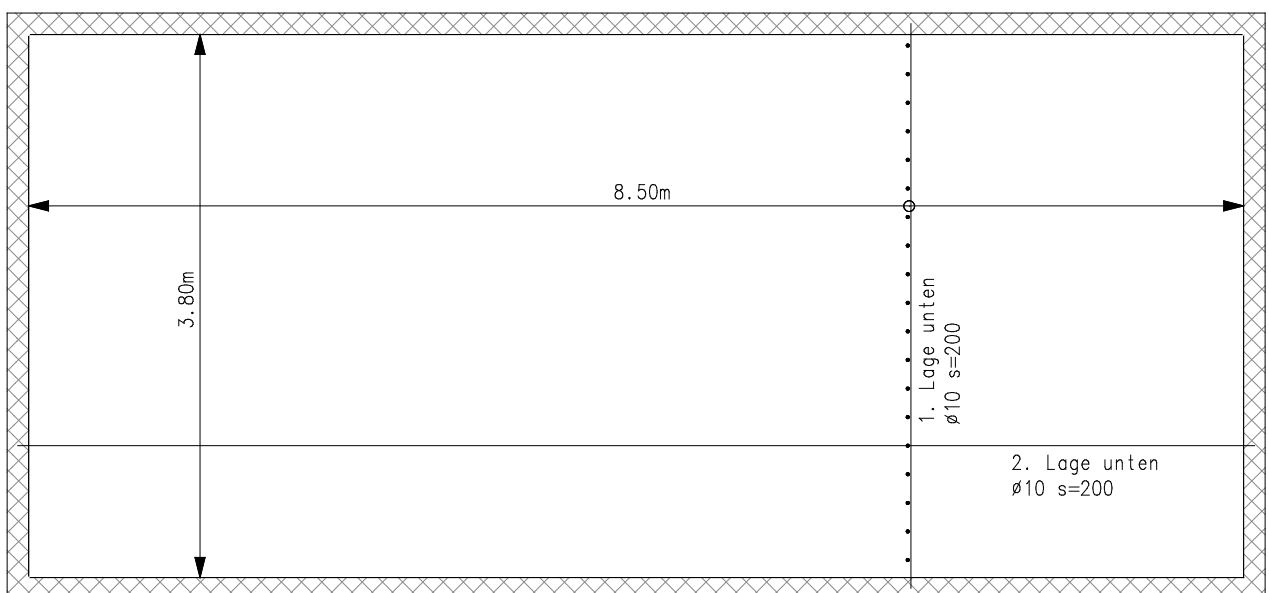
Gesucht: Auf eine 16 cm starke Betondecke eines Altbaus (Wohnungsbau) soll ein 10 cm starker Zementüberzug ( $\gamma = 22$  kN/m<sup>3</sup>) für eine Bodenheizung eingebracht werden. Die ermittelte Bewehrung  $\varnothing 10$ ,  $s = 200$  liegt in der Decke unten.

Wie gross ist die verbleibende zulässige (charakteristische) Nutzlast  $q_K$  in kN/m<sup>2</sup>?

Schnitt 1:50



Grundriss 1:50



## Aufgabe 4 10 Punkte

Einachsig oder zweiachsig

$$l_y = 8.50 \text{ m} + 0.15 \text{ m} = 8.65 \text{ m},$$

$$l_x = 3.80 \text{ m} + 0.15 \text{ m} = 3.95 \text{ m}$$

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{8.65 \text{ m}}{3.95 \text{ m}} = 2.19 > 2 \quad \rightarrow \text{Einfacher Balken}$$

$$M_d = \frac{p_d \cdot l^2}{8} \quad \rightarrow p_d = \frac{8 \cdot M_d}{l^2}$$

$$\text{wobei } M_d = 0.9 \cdot A_{S, \text{vorhanden}} \cdot d \cdot f_{sd}$$

$$d = 160 \text{ mm} - 20 \text{ mm} - \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ mm} = 135 \text{ mm}$$

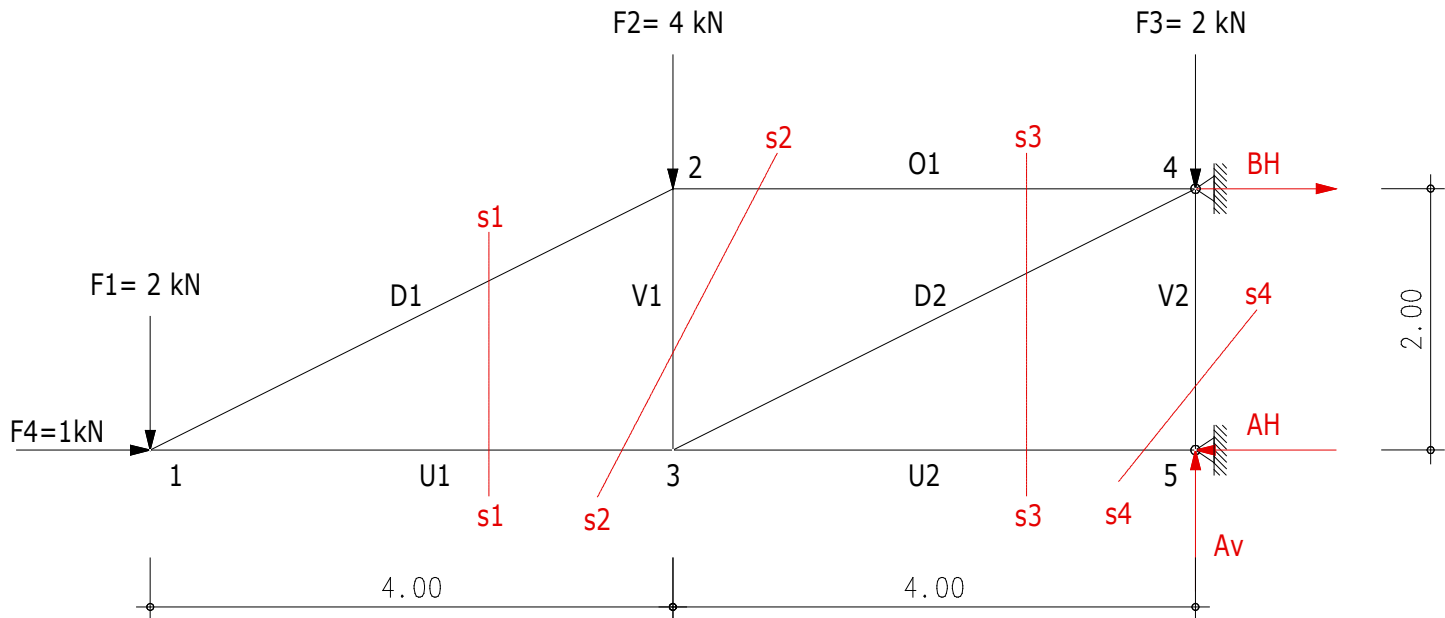
$$M_d = \left( 0.9 \cdot 393 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 135 \text{ mm} \cdot 435 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) \cdot 10^{-6} = 20.77 \text{ kNm/m}$$

$$p_d = \frac{8 \cdot 20.77 \text{ kNm/m}}{(3.95 \text{ m})^2} = 10.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$p_d = 1.35 \cdot 0.16 \text{ m} \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} + 1.35 \cdot 0.10 \text{ m} \cdot 22 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} + 1.5 \cdot q_k = 10.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Die verbleibende zulässige (charakteristische) Nutzlast beträgt also

$$q_k = \frac{10.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} - 5.40 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} - 2.97 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1.5} = 1.52 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$



### Statische Bestimmtheit

$$s = 2 \cdot k - 3$$

$$7 = 2 \cdot 5 - 3 \quad \rightarrow 7 = 7 \text{ statisch bestimmt}$$

### Auflagerreaktionen

$$\sum v = 0 \quad A_v - F_1 - F_2 - F_3 = 0 \quad A_v = F_1 + F_2 + F_3 = 2\text{kN} + 4\text{kN} + 2\text{kN} = 8.0\text{kN}$$

$$\sum M_{(\text{Knoten } 4)} = 0 \quad A_H \cdot 2.0\text{m} - F_1 \cdot 8.0\text{m} - F_2 \cdot 4.0\text{m} - F_4 \cdot 2.0\text{m} = 0$$

$$A_H = \frac{+2.0\text{kN} \cdot 8.0\text{m} + 4.0\text{kN} \cdot 4.0\text{m} + 1.0\text{kN} \cdot 2.0\text{m}}{2.0\text{m}} = +17\text{kN}$$

$$\sum H = 0 \quad A_H - F_4 + B_H = 0$$

$$B_H = -A_H + F_4 = 17\text{kN} - 1\text{kN} = +16\text{kN}$$

Berechnung nach Ritter

### Schnitt 1-1

Knoten 2

$$-U_1 \cdot 2.0 - F_1 \cdot 4 - F_4 \cdot 2 = 0 \quad U_1 = \frac{-F_1 \cdot 4 - F_4 \cdot 2}{2.0} = \frac{-2\text{kN} \cdot 4 - 1\text{kN} \cdot 2}{2.0} = -5.0\text{kN (Druck)}$$

$$\alpha = 26.57^\circ$$

$$\Sigma v = 0, -F_2 + D_1 \cdot \sin(\alpha) = 0 \quad D_1 = \frac{F_2}{\sin(\alpha)} = \frac{2\text{kN}}{\sin(26.57^\circ)} = +4.47\text{kN (Zug)}$$

### Schnitt 2-2

Knoten 4

$$+U_1 \cdot 2.0 - V_1 \cdot 4 - F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 4 - F_4 \cdot 2 = 0 \quad V_1 = \frac{+U_1 \cdot 2 - F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 4 - F_4 \cdot 2}{4.0} = \frac{+5\text{kN} \cdot 2 - 2\text{kN} \cdot 8 - 4\text{kN} \cdot 4 - 1\text{kN} \cdot 2}{4.0} = -6.0\text{kN (Druck)}$$

Knoten 3

$$+O_1 \cdot 2.0 - F_1 \cdot 4 = 0 \quad O_1 = \frac{+F_1 \cdot 4}{2.0} = \frac{+2\text{kN} \cdot 4}{2.0} = +4.0\text{kN (Zug)}$$

Berechnung nach Ritter

### Schnitt 3-3

Knoten 4 (Auflager B)

$$-U_2 \cdot 2.0 - F_1 \cdot 8 - F_4 \cdot 2 - F_2 \cdot 4 = 0 \quad U_2 = \frac{-F_1 \cdot 8 - F_4 \cdot 2 - F_2 \cdot 4}{2.0} = \frac{-2\text{kN} \cdot 8 - 1\text{kN} \cdot 2 - 4\text{kN} \cdot 4}{2.0} = -17.0\text{kN (Druck)}$$

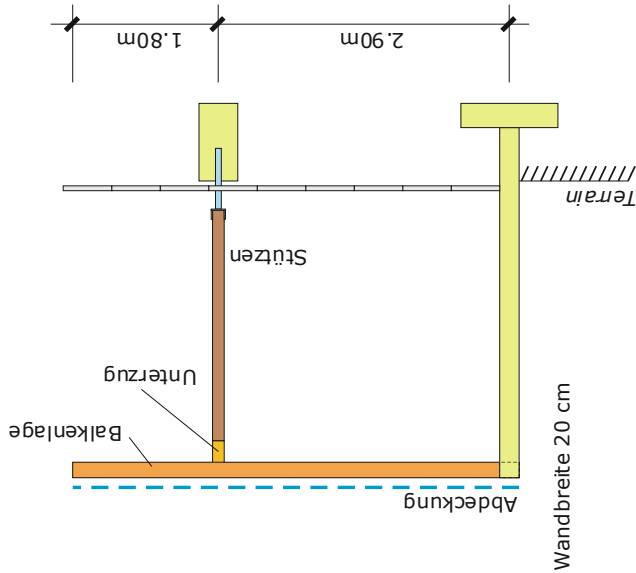
$$\alpha = 26.57^\circ$$

$$\Sigma v = 0, -F_1 - F_2 + D_2 \cdot \sin(\alpha) = 0 \quad D_2 = \frac{F_1 + F_2}{\sin(\alpha)} = \frac{2\text{kN} + 4\text{kN}}{\sin(26.57^\circ)} = +13.41\text{kN (Zug)}$$

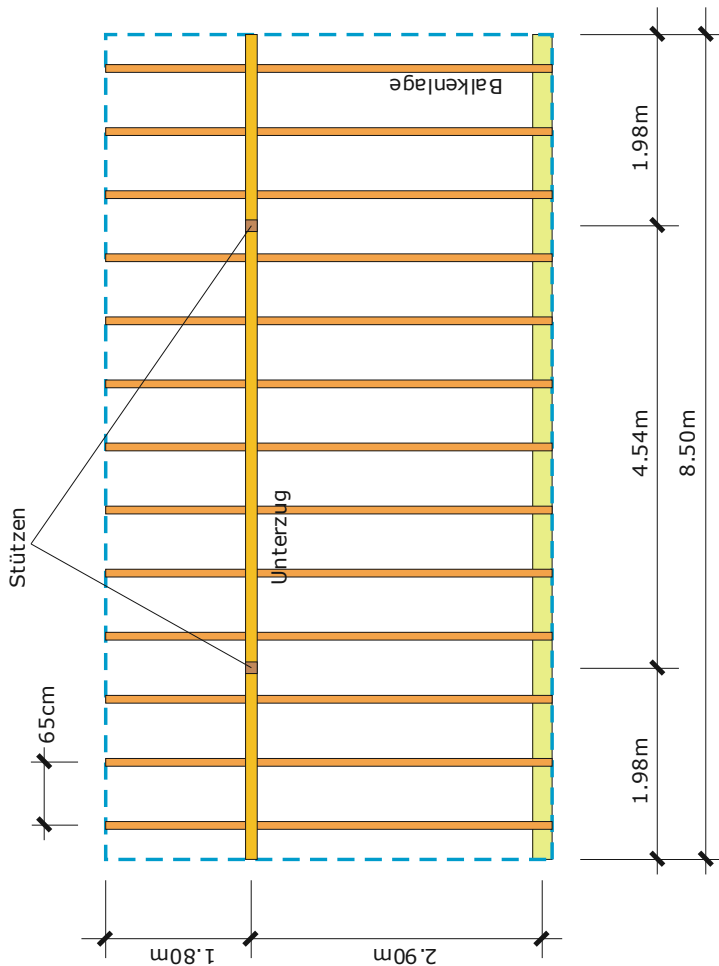
### Schnitt 4-4

$$\Sigma v = 0, -F_1 - F_2 - F_3 - V_2 = 0 \quad V_2 = -F_1 - F_2 - F_3 = -2\text{kN} - 4\text{kN} - 2\text{kN} = -8.0\text{kN (Druck)}$$

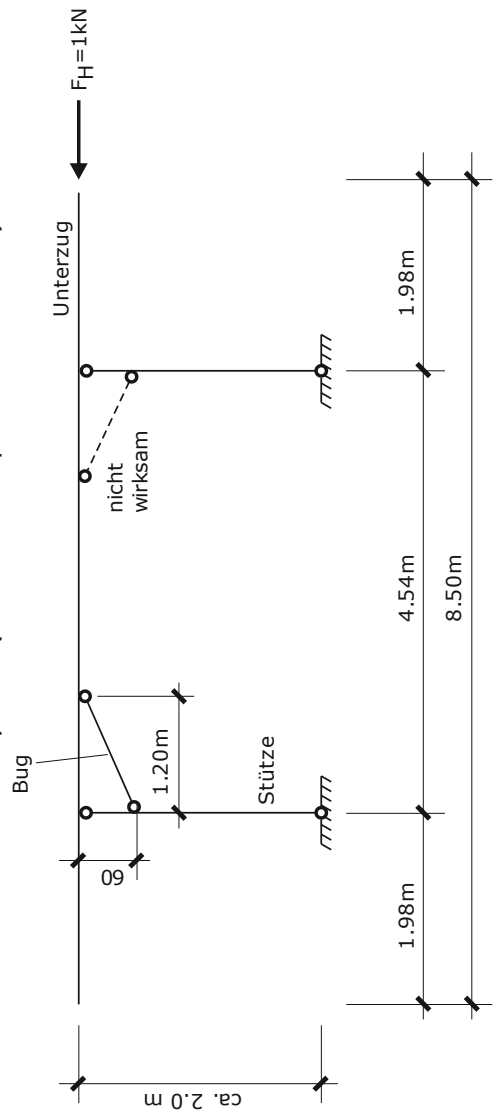
## Planbeilage Bauherr (nicht massstäblich)



Gedekte Pergola (Bauherr)



Statisches System (von der Lehrperson verifiziert)



## Materialkennwerte

### System und Belastung:

Ständige Einwirkungen,	$(\gamma_g = 1.35)$	$g_k$	$= 0.20 \text{ kN/m}^2$
Schneelast, gem. HBT S. 18	$(\gamma_s = 1.50)$	$q_k$	$= \mu_k \cdot C_e \cdot S_k$
			Meereshöhe 580.00 mü.M.

### Biegespannungsnachweis:

Grenzspannung	$f_{m,d} = 14 \text{ N/mm}^2$
---------------	-------------------------------

### Schubnachweis:

Schubspannung	$f_{v,d} = 1.5 \text{ N/mm}^2$
---------------	--------------------------------

### Durchbiegungsnachweis für Unterzug:

Elastizitätsmodul Nadelholz	Die Bauteile sind teilweise vor Witterung geschützt
Umrechnungsfaktoren	gem. HBT.

Kriechfaktor	$\varphi = 2$
zulässige Durchbiegungen	$f = L/150$ am Kragarm

Bemerkung: Die Längsstabilisierung wird durch zwei Büge gewährleistet.  
Für die Projektaufgabe sind diese jedoch nicht zu berücksichtigen.

## Lösung

### Lastzusammenstellung

Abdeckung + Balken :	Annahme $g_k$	$= 0.20 \text{ kN/m}^2$
Schnee : HBT.S18)	$q_k = \mu_i \cdot C_e \cdot S_k$ wobei $s_k = \left[ 1 + \left( \frac{h_0}{350} \right)^2 \right] \cdot 0.4 \text{ kN/m}^2 \geq 0.9 \text{ kN/m}^2$	
	$q_k = 0.8 \cdot 1.0 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{580}{350} \right)^2 \right] \cdot 0.4 \text{ kN/m}^2$	$= 1.20 \text{ kN/m}^2$
Belastung des Balken	$p_k = (0.20 \text{ kN/m}^2 + 1.20 \text{ kN/m}^2) \cdot 0.65 \text{ m}$	$= 0.91 \text{ kN/m}$
	$p_d = (1.35 \cdot 0.20 \text{ kN/m}^2 + 1.5 \cdot 1.20 \text{ kN/m}^2) \cdot 0.65 \text{ m}$	$= 1.35 \text{ kN/m}$

Die statischen Werte zur weiteren Berechnung gemäss Programm

### Tragfähigkeitsnachweis

$$W_{\text{erforderlich}} = \frac{M_{d,\text{max}}}{f_{m,d} \cdot \eta_w} = \frac{2.20 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{14.0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0.8} = 0.20 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

1. Annahme des Querschnittes aus HBT. S.34 80/160 mm

$$W_y = 0.341 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$
$$I_y = 27.3 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

### Schubspannungen

$$f_{v,d} = 1.5 \frac{V_d}{b \cdot h \cdot \eta_w} = 1.5 \frac{2.71 \cdot 10^3 \text{ N}}{80 \text{ mm} \cdot 160 \text{ mm} \cdot 0.8} = 0.26 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 1.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{erfüllt!})$$

### Querdruck am Auflager Betonwand

$$f_{c,90,d} = \frac{A_d}{b \cdot l_A \cdot \eta_w} = \frac{1.20 \cdot 10^3 \text{ N}}{80 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} \cdot 0.8} = 0.10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 1.8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{erfüllt!})$$

### Querdruck am Auflager Unterzug

$$f_{c,90,d} = \frac{A_d}{b \cdot l_A \cdot \eta_w} = \frac{5.14 \cdot 10^3 \text{ N}}{80 \text{ mm} \cdot 140 \text{ mm} \cdot 0.8} = 0.60 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 2.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{erfüllt!}) \text{ kein Endauflager!}$$

---

Lastzusammenstellung : Belastung auf Unterzug gem. Statik aus 1.1/1.2

Einzellast  $F_d = 5.14 \text{ kN}$  → Umrechnung auf verteilte Belastung  $p_d = 7.86 \text{ kN/m}$

Bemessungswerte der Auswirkungen

Biegemoment :  $M_{d, \text{Kragarm}} = 15.41 \text{ kN}$       massgebend

Auflager :       $A_d = B_d = 33.41 \text{ kN}$

$Q_{B-A} = 17.84 \text{ kN}$

Tragfähigkeitsnachweis

$$W_{\text{erforderlich}} = \frac{M_{d, \text{max}}}{f_{m, d} \cdot \eta_w} = \frac{15.41 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{14.0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0.8} = 1.38 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

1. Annahme des Querschnittes aus HBT. S.35      140/260 mm

$$W_y = 1.58 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$I_y = 205 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Schubspannungen

$$f_{v, d} = 1.5 \frac{V_d}{b \cdot h \cdot \eta_w} = 1.5 \frac{17.84 \cdot 10^3 \text{ N}}{140 \text{ mm} \cdot 260 \text{ mm} \cdot 0.8} = 0.61 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 1.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{erfüllt!})$$

Querdruck

$$f_{c, 90, d} = \frac{A_d}{b \cdot l_A \cdot \eta_w} = \frac{33.41 \cdot 10^3 \text{ N}}{140 \text{ mm} \cdot 140 \text{ mm} \cdot 0.8} = 2.13 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 2.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{erfüllt!}), \text{ da Die Stütze kein Endauflager ist!}$$

gewählt Stützenabmessung 140/140mm



## Gebrauchstauglichkeit

Lastberechnung :  $F_{\varphi} = g_k + \frac{1}{2} q_k = 0.20 \text{ kN/m}^2 + \frac{1}{2} \cdot 1.20 \text{ kN/m}^2 = 0.80 \text{ kN/m}^2$

Kriechfaktor :  $\left(1 + \varphi \frac{F_{\varphi}}{F}\right) = \left(1 + 2.0 \frac{0.80 \text{ kN/m}^2}{1.40 \text{ kN/m}^2}\right) = 2.14$

$w_{zul} = \frac{L}{150} = \frac{1'980 \text{ mm}}{150} = 13.20 \text{ mm}$

Einfacher Balken mit  $L=4.54 \text{ m}$

$$I_{\text{erforderlich}} = \frac{1}{24} \cdot p_k \cdot c \cdot \frac{c^2 \cdot (6 \cdot l + 3 \cdot c) - l^3}{E \cdot \eta_w \cdot w_{zul}} =$$

$$= \frac{1}{24} \cdot 5.30 \text{ N/mm} \cdot 1'980 \text{ mm} \cdot \frac{(1'980 \text{ mm})^2 \cdot (6 \cdot 4'540 \text{ mm} + 3 \cdot 1'980 \text{ mm}) - (4'540 \text{ mm})^3}{(11'000 \text{ N/mm}^2) \cdot 0.8 \cdot 13.20 \text{ mm}} \cdot 2.14$$

$= 294.04 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \rightarrow$  massgebendes Trägheitsmoment

1. Querschnittsannahme: 140/320

$W_{y,\text{vor.}} = 2.39 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

$I_{y,\text{vor.}} = 382 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$w_{\text{vorhanden}} = w_{zul} \cdot \frac{I_{\text{erforderlich}}}{I_{\text{vorhanden}}} = 13.20 \text{ mm} \cdot \frac{294.04 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{382 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} = 10.16 < 13.20 \text{ mm}$

gemäss statischer Berechnung aus Programm  $f_{\text{vorhanden}} = 7.88 \text{ mm}$  ist die Durchbiegung kleiner, weil der Kriechfaktor nicht berücksichtigt worden ist.

## Lastzusammenstellung

Knicknachweis der gewählten Holzstütze

oben und unten gelenkig gelagert.

Knicklänge  $l_k = 2.00 \text{ m}$  (aus Berechnung)

Einzellast  $F_d = 33.41 \text{ kN}$

## Tragfähigkeitsnachweis

Trägheitsradius  $i_z = 0.289 \cdot 140 \text{ mm} = 40.46 \text{ mm}$ ,  $A = 140 \text{ mm} \cdot 140 \text{ mm} = 19.6 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$

Schlankheit  $\lambda = \frac{l_k}{i_z} = \frac{2'000 \text{ mm}}{40.46 \text{ mm}} = 49.43 \leq 150 \text{ I.O.}$

rel. Schlankheit  $\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{18\pi} = \frac{49.43}{56.55} = 0.87$

aus HBT Seite 53 folgt die Knickfestigkeit  $k_c \cdot f_{c,o,d} = 9.30 \text{ N/mm}^2$

$N_{k,Rd} = k_c \cdot f_{c,o,d} \cdot 0.8 \cdot A = 9.30 \text{ N/mm}^2 \cdot 0.8 \cdot 19.6 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \hat{=} 145.82 \text{ kN} > 33.41 \text{ kN} \rightarrow$  reicht bei weitem!!

Einzelfundament : Lastzusammenstellung

Einzellast  $F_d = 33.41 \text{ kN}$

$f_{zul}$  für bindigen Boden  $= 0.15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Fläche  $A = \frac{F_d}{f_{zul}} \rightarrow$  Seitenlänge  $a = \sqrt{\frac{F_d}{f_{zul}}} = \sqrt{\frac{33.41 \cdot 10^3 \text{ N}}{0.15 \text{ N/mm}^2}} = 471.95 \text{ mm} \rightarrow$  Gewählt : 50cm